24. Марк играет в компьютерную игру на клетчатом квадрате 4×4. В самом начале все клетки имеют серый цвет, их настоящий цвет (синий или красный) скрыт, но становится видимым, если «кликнуть» по данной клетке. Известно, что имеется только 2 синие клетки и они имеют общую сторону. Какое наименьшее число «кликов» нужно совершить, чтобы наверняка *узнать* расположение обеих синих клеток (не обязательно открывая их)?

А) 7; **Б)** 8; **В)** 9; **Г)** 10; **Д)** 11.

25. Три больших коробки A, B и C находятся на полу склада (на рис. 1 показан вид сверху). Коробки нужно разместить друг за другом вплотную к стене склада, показанной штриховкой. Но они настолько тяжелы, что их можно только поворачивать вокруг одной из вершин основания вдоль плоскости пола на 90° (как на рис. 2). Какое из следующих расположений возможно?

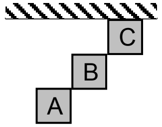
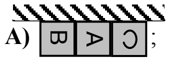
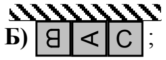
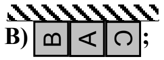


Рис. 1

Рис. 2

А) ; **Б)** ; **В)** ; **Г)** ;

Д) все предыдущие расположения возможны.

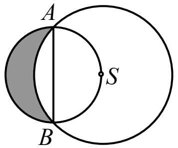
26. Сколько упорядоченных пар натуральных чисел (x, y) удовлетворяют уравнению $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

27. Для любого натурального $n \geq 2$ через $\langle n \rangle$ обозначим наибольшее простое число, которое не превосходит n. Сколько существует натуральных k, удовлетворяющих уравнению $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** более 3.

28. Две окружности пересекаются так, как показано на рисунке. Отрезок AB является диаметром меньшей окружности. Центр S большей окружности лежит на меньшей окружности. Радиус большей окружности равен r. Найдите площадь серой фигуры, заключенной между дугами данных окружностей.



А) $\frac{\pi \cdot r^2}{6}$; **Б)** $\frac{\sqrt{3} \cdot \pi \cdot r^2}{12}$; **В)** $\frac{r^2}{2}$; **Г)** $\frac{\sqrt{3} \cdot r^2}{4}$; **Д)** другой ответ.

29. Сколько существует способов выбрать четыре из двенадцати ребер куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ так, чтобы никакие два из выбранных ребер не имели общей вершины?

А) 6; **Б)** 8; **В)** 9; **Г)** 12; **Д)** 18.

30. При каких натуральных n ($1 \leq n \leq 8$) в квадрате 5×5 можно отметить несколько клеток так, чтобы в каждом квадрате 3×3 было ровно n отмеченных клеток?

А) 1; **Б)** 1 и 2; **В)** 1, 2 и 3; **Г)** 1, 2, 7 и 8; **Д)** при любых $1 \leq n \leq 8$.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Академией последипломного образования при поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3
тел. (017) 292 80 31, 290 01 53; e-mail: info@bakonkurs.by
http://www.bakonkurs.by/

ОО «Белорусская ассоциация «Конкурс». Заказ XX. Тираж XXX00 экз. г. Минск. 2011

Международный математический конкурс «КЕНГУРУ-2011»

Четверг, 17 марта 2011 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые оценена эта задача;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

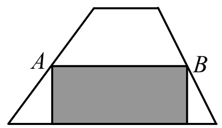
Задание для учащихся 9-10 классов

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. «Зебра», обозначающая пешеходный переход на перекрестке, состоит из чередующихся белых и черных полос на асфальте, шириной 50 см каждая. «Зебра» начинается и заканчивается белой полосой и всего имеет 8 белых полос. Какова ширина дороги?

А) 7 м; **Б)** 7,5 м; **В)** 8 м; **Г)** 8,5 м; **Д)** 9 м.

2. Площадь прямоугольника на рисунке равна 13 см^2. Его вершины A и B являются серединами боковых сторон трапеции (см. рис.). Какова площадь этой трапеции?

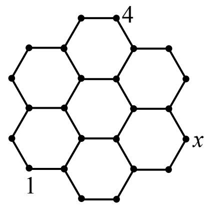


А) 24 см^2; **Б)** 25 см^2; **В)** 26 см^2; **Г)** 27 см^2; **Д)** 28 см^2.

3. Даны выражения $S_1 = 2\cdot3 + 3\cdot4 + 4\cdot5$, $S_2 = 2^2 + 3^2 + 4^2$, $S_3 = 1\cdot2 + 2\cdot3 + 3\cdot4$. Какое из следующих соотношений верно?

А) $S_2 < S_1 < S_3$; **Б)** $S_1 < S_2 = S_3$; **В)** $S_1 < S_2 < S_3$; **Г)** $S_3 < S_2 < S_1$; **Д)** $S_2 = S_2 < S_3$.

4. На следующем рисунке возле каждой из отмеченных точек должно быть записано число, так, чтобы суммы чисел на концах каждого из нарисованных отрезков были одинаковы. Два из чисел уже записаны (см. рис.). Какое число должно быть записано возле точки, отмеченной символом x?



А) 1; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** недостаточно данных.

5. При делении числа 2011 на натуральное число n получился остаток 1011. Чему равно n?

А) 100; **Б)** 500; **В)** 1000; **Г)** другое число; **Д)** такого числа не существует.

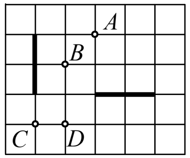
6. Прямоугольная мозаика площадью 360 см^2 сделана из квадратных плиток одного и того же размера. Ширина мозаики равна 24 см, а высота равна 5 плиткам. Чему равна площадь одной плитки?

А) 1 см^2; **Б)** 4 см^2; **В)** 9 см^2; **Г)** 16 см^2; **Д)** 25 см^2.

7. Все четырехзначные числа с суммой цифр, равной 4, выписаны подряд в порядке убывания. Каким по счету в этой последовательности является число 2011?

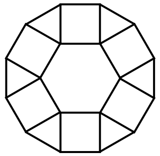
А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 9; **Д)** 10.

8. Отрезки, отмеченные на рисунке, получаются друг из друга поворотом вокруг некоторой точки. Какая это точка?



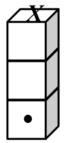
А) только A; **Б)** A или C; **В)** A или D; **Г)** только D;
Д) A, B, C или D.

9. 12-угольник на рисунке справа составлен из правильного 6-угольника со стороной 1, шести треугольников и шести квадратов. Найдите периметр этого 12-угольника.



А) $6(1+\sqrt{2})$; **Б)** $6+3\sqrt{3}$; **В)** 9; **Г)** $6+3\sqrt{2}$; **Д)** 12.

10. Сумма чисел на любых двух противоположных гранях игральных кубиков всегда равна 7. Три одинаковых игральных кубика поставили друг на друга, как показано на рисунке. При этом оказалось, что сумма чисел на любых двух соприкасающихся гранях кубиков равна 5. На передней грани нижнего кубика точкой отмечено число 1. Чему равно число на верхней грани верхнего кубика, отмеченной символом X?



А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла

11. В каком-то месяце было 5 понедельников, 5 вторников и 5 сред, а в предыдущем месяце – только 4 воскресенья. В следующем месяце непременно будет

А) ровно 4 пятницы; **Б)** ровно 4 субботы; **В)** 5 воскресений; **Г)** 5 сред;
Д) такого не могло быть.

12. Три гонщика участвовали в гонках «Формулы-1»: Михаэль, Фернандо и Себастьян. Сразу после старта Михаэль оказался первым, Фернандо – вторым, а Себастьян – третьим. В течение гонки Михаэль и Фернандо обгоняли друг друга 9 раз, Фернандо и Себастьян – 10 раз, а Михаэль и Себастьян – 11 раз. При этом ни один из гонщиков не обошел другого более чем на круг. В каком порядке спортсмены финишировали?

А) Михаэль, Фернандо, Себастьян; **Б)** Фернандо, Себастьян, Михаэль; **В)** Себастьян, Михаэль, Фернандо; **Г)** Себастьян, Фернандо, Михаэль; **Д)** Фернандо, Михаэль, Себастьян.

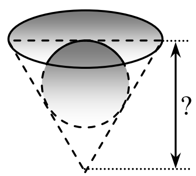
13. Чему равно значение n, если $9^n+9^n+9^n=3^{2011}$?

А) 1005; **Б)** 1006; **В)** 2010; **Г)** 2011; **Д)** другой ответ.

14. Имеются два кубических сосуда со сторонами a дм и $a+1$ дм. Больший сосуд до краев заполнен водой, а меньший – пуст. Если перелить воду из большего сосуда в меньший так, чтобы его целиком заполнить, то в большем сосуде еще останется 271 литр воды. Сколько воды будет в меньшем сосуде?

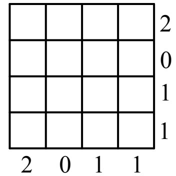
А) 243 л; **Б)** 512 л; **В)** 125 л; **Г)** 1331 л; **Д)** 729 л.

15. Шар радиуса 15 закатился в коническую впадину на плоской поверхности так, что его верхняя точка оказалась в точности на данной плоскости. Вид сбоку у этой впадины имеет форму равностороннего треугольника. Найдите глубину этой впадины.



А) $30\sqrt{2}$; **Б)** $25\sqrt{3}$; **В)** 45; **Г)** 60; **Д)** $60(\sqrt{3}-1)$.

16. Клетки таблицы 4×4 нужно окрасить в черный и белый цвет. Числа правее строчек и ниже столбцов указывают, сколько черных клеток должно быть в данной строчке (данном столбце). Сколько существует способов так окрасить таблицу?



А) 0; **Б)** 1; **В)** 3; **Г)** 5; **Д)** 9.

17. Какое наибольшее количество последовательных трехзначных чисел имеют по крайней мере одну нечетную цифру?

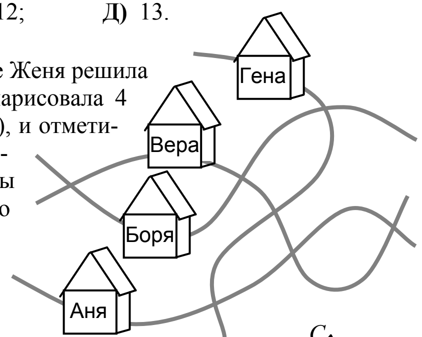
А) 1; **Б)** 10; **В)** 110; **Г)** 111; **Д)** 221.

18. Коля хочет вписать по одному числу в каждую клетку таблицы 3×3 так, чтобы сумма чисел в каждом квадрате 2×2 равнялась 10. Пять чисел уже вписано, как показано на рисунке. Найдите сумму остальных четырех чисел.

1		0
	2	
4		3

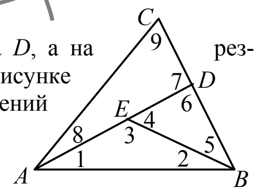
А) 9; **Б)** 10; **В)** 11; **Г)** 12; **Д)** 13.

19. Во время поездки в автобусе по ухабистой дороге Женя решила сделать набросок плана ее родной деревни. Она нарисовала 4 линии (улицы), на них 7 пересечений (перекрестков), и отметила дома ее друзей. Все улицы на рисунке Жени получились извилистыми. Но в действительности 3 улицы являются прямыми и только одна – извилистая. Кто из друзей Жени живет на извилистой улице?



А) Аня; **Б)** Боря; **В)** Вера;
Г) Гена; **Д)** невозможно определить.

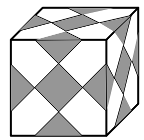
20. В некотором треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка D, а на резке AD – точка E. В результате получилось 9 углов, отмеченных на рисунке числами 1, 2, …, 9. Какое наименьшее количество различных значений могут принимать эти девять углов?



А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов

21. У Саши есть белый куб с ребром 10 см. Саша наклеил на его поверхности несколько одинаковых квадратных кусков золотой фольги так, как показано на рисунке, и так, чтобы все грани куба выглядели одинаково. Какая площадь поверхности куба оклеена золотой фольгой?



А) 37,5 см^2; **Б)** 150 см^2; **В)** 225 см^2; **Г)** 300 см^2; **Д)** 375 см^2.

22. Будем называть пятизначное число $\overline{abcde}$ *интересным*, если все его цифры различны и $a=b+c+d+e$. Сколько существует интересных чисел?

А) 72; **Б)** 144; **В)** 168; **Г)** 216; **Д)** 288.

23. Числа x и y оба больше 1. Какая из следующих дробей имеет наибольшее значение?

А) $\dfrac{x}{y+1}$; **Б)** $\dfrac{x}{y-1}$; **В)** $\dfrac{2x}{2y+1}$; **Г)** $\dfrac{2x}{2y-1}$; **Д)** $\dfrac{3x}{3y+1}$.