22. Рассмотрим две арифметические прогрессии 5, 20, 35, … и 35, 61, 87,… . Сколько всего бесконечных арифметических прогрессий, состоящих из натуральных чисел, содержат обе данные прогрессии как подмножества?

А) 1; **Б)** 3; **В)** 5; **Г)** 26; **Д)** бесконечно много.

23. Последовательность функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, … удовлетворяет условиям: 1) $f_1(x) = x$,

2) $f_{n+1}(x) = \dfrac{1}{1 - f_n(x)}$. Определите значение $f_{2011}(2011)$.

А) 2011; **Б)** $-\dfrac{1}{2010}$; **В)** $\dfrac{2010}{2011}$; **Г)** 1; **Д)** -2011.

24. В коробке находится несколько красных и несколько зеленых шаров, все шары – разных диаметров. Оказалось, что количество всевозможных пар шаров, в которых оба шара имеет одинаковый цвет, равно количеству всевозможных пар шаров, в которых шары имеют разные цвета. Какое из следующих чисел может быть общим числом шаров в коробке?

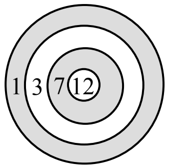
А) 81; **Б)** 101; **В)** 1000; **Г)** 2011; **Д)** 10001.

25. Максим и Игорь решили разыграть, кто прыгнет в холодное озеро. Они бросают горсть игральных кубиков. Если не выпадет ни одной шестерки, это будет Максим. Если выпадет ровно одна шестерка, это будет Игорь. А если выпадет более одной шестерки, то никто в воду прыгать не будет. Сколько костей они должны бросать, чтобы риск попасть в холодную воду был у них одинаковым?

А) 3; **Б)** 5; **В)** 8; **Г)** 9; **Д)** 17.

26. В выражении $\dfrac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$ буквами обозначены ненулевые цифры (различные цифры – различными буквами, одинаковые цифры – одинаковыми буквами). Какое наименьшее целое значение может принимать это выражение?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 5; **Д)** 7.



27. Робин Гуд пустил 3 стрелы в мишень, изображенную на рисунке. Все стрелы попали в мишень. После этого Робин Гуд вычислил сумму выбитых очков. Сколько всего различных значений может принимать эта сумма?

А) 13; **Б)** 17; **В)** 19; **Г)** 20; **Д)** 21.

28. Пусть a, b и c – натуральные числа, такие, что $a^2 = 2b^3 = 3c^5$. Какое наименьшее количество делителей может иметь число abc (включая 1 и abc)?

А) 30; **Б)** 49; **В)** 60; **Г)** 77; **Д)** 1596.

29. В таблице 4×5 вписано 20 различных натуральных чисел так, что любые два соседних (по стороне клетки) числа имеют общий делитель, больший 1. Пусть n – наибольшее из этих двадцати чисел. Какое наименьшее значение может принимать n?

А) 21; **Б)** 24; **В)** 26; **Г)** 27; **Д)** 40.

30. Куб $3 \times 3 \times 3$ построен из 27 единичных кубиков. Плоскость, проходящая через центр этого куба, перпендикулярна его диагонали. Сколько единичных кубиков она пересекает?

А) 17; **Б)** 18; **В)** 19; **Г)** 20; **Д)** 21.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Академией последипломного образования при поддержке Министерства образования Республики Беларусь.
220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3
тел. (017) 292 80 31, 290 01 53; e-mail: info@bakonkurs.by
http://www.bakonkurs.by/
ОО «Белорусская ассоциация «Конкурс». Заказ 19. Тираж XXX00 экз. г. Минск. 2011

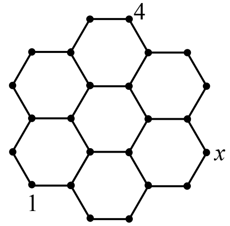
Международный математический конкурс
«КЕНГУРУ-2011»

Четверг, 17 марта 2011 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые оценена эта задача;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

Задание для учащихся 11 класса

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла



1. На следующем рисунке возле каждой из отмеченных точек должно быть записано число, так, чтобы суммы чисел на концах каждого из нарисованных отрезков были одинаковы. Два из чисел уже записаны (см. рис.). Какое число должно быть записано возле точки, отмеченной символом x?

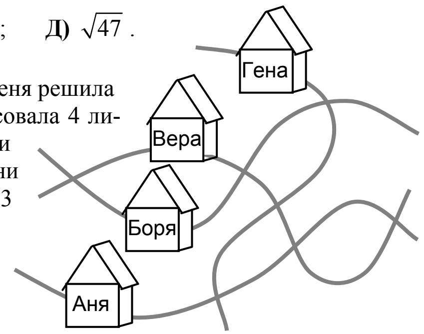
А) 1; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 24.

2. Три гонщика участвовали в гонках «Формулы-1»: Михаэль, Фернандо и Себастьян. Сразу после старта Михаэль оказался первым, Фернандо – вторым, а Себастьян – третьим. В течение гонки Михаэль и Фернандо обгоняли друг друга 9 раз, Фернандо и Себастьян – 10 раз, а Михаэль и Себастьян – 11 раз. При этом ни один из гонщиков не обошел другого более чем на круг. В каком порядке спортсмены финишировали?

А) Михаэль, Фернандо, Себастьян; **Б)** Фернандо, Себастьян, Михаэль;
В) Себастьян, Михаэль, Фернандо; **Г)** Себастьян, Фернандо, Михаэль;
Д) Фернандо, Михаэль, Себастьян.

3. Если $2^x = 15$ и $15^y = 32$, то произведение xy равно

А) 5; **Б)** $\log_2 15 + \log_{15} 32$; **В)** $\log_2 47$; **Г)** 7; **Д)** $\sqrt{47}$.



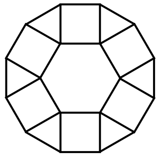
4. Во время поездки в автобусе по ухабистой дороге Женя решила сделать набросок плана ее родной деревни. Она нарисовала 4 линии (улицы), на них 7 пересечений (перекрестков), и отметила дома ее друзей. Все улицы на рисунке Жени получились извилистыми. Но в действительности 3 улицы являются прямыми и только одна – извилистая. Кто из друзей Жени живет на извилистой улице?

А) Аня; **Б)** Боря; **В)** Вера;
Г) Гена; **Д)** невозможно определить.

5. Все четырехзначные числа с суммой цифр, равной 4, выписаны подряд в порядке возрастания. Каким по счету в этой последовательности является число 2011?

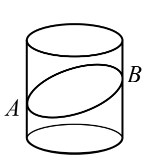
А) 9; **Б)** 10; **В)** 11; **Г)** 12; **Д)** 13.

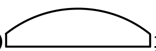
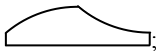
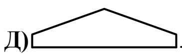
6. 12-угольник на рисунке справа составлен из правильного 6-угольника со стороной 1, шести треугольников и шести квадратов. Найдите периметр этого 12-угольника.



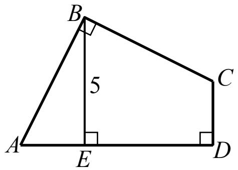
А) $6(1+\sqrt{2})$; **Б)** $6+3\sqrt{3}$; **В)** 9; **Г)** $6+3\sqrt{2}$; **Д)** 12.

7. Боковую поверхность цилиндра, сделанную из бумаги, разрезали плоскостью (см. рис., на котором A – наименее, а B – наиболее удаленные от нижнего основания точки сечения). Затем боковую поверхность разрезали вдоль образующей, проходящей через точку A, и развернули нижнюю часть на плоскость. Как эта часть поверхности может выглядеть в развернутом виде?



А) ; **Б)** ; **В)** ; **Г)** ; **Д)** .

8. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$ (см. рис.), если $AB = BC$, $\angle ABC = \angle ADC = 90°$, $BE \perp AD$, $BE = 5$.



А) 20; **Б)** 22,5; **В)** 25; **Г)** 27,5; **Д)** 30.

9. Андрей выписал по порядку все нечетные числа от 1 до 2011, а затем Боря стер все числа, кратные 3. Сколько чисел осталось?

А) 335; **Б)** 336; **В)** 671; **Г)** 1005; **Д)** 1006.

10. Авиакомпания не взыскивает дополнительной платы за багаж с пассажира, если вес его багажа не превосходит некоторого установленного значения. За каждый дополнительный килограмм сверх этого значения взыскивается определенная плата. Багаж господина и госпожи Трип весил 60 кг, и они смогли распределить багаж между собой так, что дополнительная плата оказалась минимально возможной и составила в сумме 3 €. Багаж господина Вандера весил столько же, но он заплатил 10,50 €. Каков максимальный вес багажа, за который пассажир не обязан платить дополнительно?

А) 10; **Б)** 18; **В)** 20; **Г)** 25; **Д)** 39.

<u>Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла</u>

11. Прямоугольник разрезали на три меньших прямоугольника. Один из них имеет размеры 7 на 11, второй – 4 на 8. Найдите размеры третьего прямоугольника наибольшей площади.

А) 1 на 11; **Б)** 3 на 4; **В)** 3 на 8; **Г)** 7 на 8; **Д)** 7 на 11.

12. Миша хочет вписать по одному целому числу в каждую клетку таблицы 3×3 так, чтобы в каждом квадрате 2×2 сумма чисел равнялась 10. Четыре числа он уже вписал, как показано на рисунке. Какое из следующих значений может принимать сумма остальных пяти чисел?

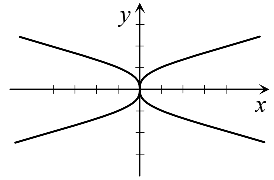
	2	
1		**3**
	4	

А) 9; **Б)** 10; **В)** 12; **Г)** 13; **Д)** 14.

13. 48 мальчиков отправились в лыжный поход. У шести из них было в походе ровно по одному брату, у девяти – ровно по два брата, а у четверых – ровно по три брата. У остальных мальчиков братьев в походе не было. Мальчики из скольки семей участвовали в походе?

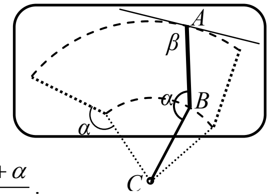
А) 19; **Б)** 25; **В)** 31; **Г)** 36; **Д)** 48.

14. Какое наибольшее число графиков функций $y = x^2$, $y = -x^2$, $y=\sqrt{x}$, $y=-\sqrt{x}$, $y=\sqrt{-x}$, $y=-\sqrt{-x}$, $y=\sqrt{|x|}$, $y=-\sqrt{|x|}$ можно изобразить на одной координатой плоскости Oxy так, чтобы их объединение имело вид, указанный на рисунке?



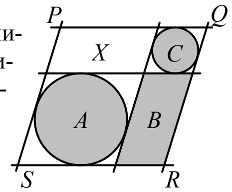
А) 0; **Б)** 2; **В)** 4; **Г)** 6; **Д)** 8.

15. Задний стеклоочиститель автомобиля устроен так, что щетка AB и шатун BC имеют равные длины и соединены под фиксированным углом α. Центр вращения стеклоочистителя находится в точке C. Определите угол β между положением щетки AB и касательной к кривой, которую описывает ее точка A (см. рис.).



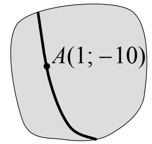
А) $\dfrac{3\pi-\alpha}{2}$; **Б)** $\dfrac{2\pi-\alpha}{2}$; **В)** $\dfrac{3\pi-2\alpha}{2}$; **Г)** $\dfrac{\pi+2\alpha}{2}$; **Д)** $\dfrac{2\pi+\alpha}{2}$.

16. Вася знает площади параллелограммов $PQRS$, B и кругов A и C, вписанных в соответствующие четырехугольники так, как показано на рисунке. Петя за один вопрос может узнать у Васи площадь одной из указаных четырех фигур. Какое наименьшее число вопросов Петя должен задать Васе, чтобы с помощью полученных ответов можно было определить площадь параллелограмма X?



А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** всех этих данных недостаточно.

17. На классной доске были проведены оси координат, расположенные естественным образом (ось Ox направлена горизонтально вправо, ось Oy – вертикально вверх) и нарисована парабола $y = ax^2 + bx + c$ с отмеченной на ней точкой $A(1; -10)$. После этого оси и почти всю параболу стерли так, что остался только указанный на рисунке фрагмент. Какое из следующих условий может быть не верным?



А) $a > 0$; **Б)** $b < 0$; **В)** $a+b+c<0$; **Г)** $b^2 > ac$; **Д)** $c < 0$.

18. Все стороны шестиугольника $ABCDEF$ касаются окружности. Длины сторон AB, BC, CD, DE и EF равны 4, 5, 6, 7 и 8 соответственно. Найдите длину FA.

А) 9; **Б)** 8; **В)** 7; **Г)** 6; **Д)** невозможно определить.

19. Найдите сумму всех натуральных чисел x, меньших 100, таких, что $x^2 - 81$ делится на 100.

А) 200; **Б)** 100; **В)** 90; **Г)** 81; **Д)** 50.

20. Братья Андрей и Ваня высказали правдивые утверждения о членах шахматного клуба, который они посещают. Андрей сказал: «Все члены нашего клуба, за исключением пяти, являются мальчиками». Ваня: «Среди любых шести членов нашего клуба обязательно есть по крайней мере четыре девочки». Сколько членов в этом шахматном клубе?

А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 12; **Д)** 18.

<u>Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов</u>

21. В коробке находятся шары; на каждом записано по одному натуральному числу, на разных шарах – разные числа. Числа, кратные 6, записаны ровно на 30 шарах, числа, кратные 7, – ровно на 20 шарах, а числа, кратные 42, – ровно на 10 шарах. Какое наименьшее число шаров может быть в коробке?

А) 30; **Б)** 40; **В)** 53; **Г)** 54; **Д)** 60.