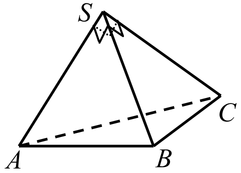
23. В пирамиде $SABC$ все плоские углы при вершине S равны $90°$. Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади боковых граней SAB, SBC и SCA равны соответственно 3, 4 и 6.



А) 4; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 8; **Д)** 12.

24. В коробке находится 17 шаров, пронумерованных числами вида $125k+5$, $k = 0, 1, ..., 16$ (т. е. числами 5, 130, 255, …, 2005). Если вытаскивать шары из коробки случайным образом, то какое наименьшее их число необходимо вытащить, чтобы среди вытащенных шаров наверняка нашлись два шара, у которых сумма номеров равна 2010?

А) 7; **Б)** 8; **В)** 10; **Г)** 11; **Д)** 17.

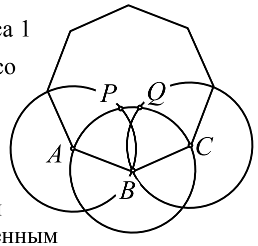
25. Если $\lg\left(\sqrt{2005}+\sqrt{1995}\right)=n$, то $\lg\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1995}\right)=$

А) $n-1$; **Б)** $1-n$; **В)** n^{-1}; **Г)** $n+1$; **Д)** недостаточно данных, чтобы определить.

26. Натуральное число a имеет ровно два делителя, а натуральное число b − ровно пять делителей. Сколько делителей имеет число ab?

А) 5; **Б)** 6; **В)** 7; **Г)** 10; **Д)** недостаточно данных, чтобы определить.

27. Точки P и Q являются точками пересечения окружностей радиуса 1 с центрами в вершинах A, B и C правильного восьмиугольника со стороной 1 (см. рис.). Найдите угол $\angle APQ$.

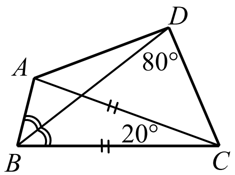


А) $\frac{19}{24}\pi$; **Б)** $\frac{8}{11}\pi$; **В)** $\frac{5}{8}\pi$; **Г)** $\frac{3}{4}\pi$; **Д)** $\frac{7}{9}\pi$.

28. Задуманное число умножили на 2 и вычли 1. После применения такой процедуры 98 раз (каждый последующий раз со вновь полученным числом) получилось число $2^{100}+1$. Какое число было задумано?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 4; **Г)** 6; **Д)** ни одно из предыдущих.

29. В четырехугольнике $ABCD$ диагональ BD является биссектрисой угла $\angle ABC$ и $AC = BC$. Найдите $\angle BAD$, если известно, что $\angle ACB = 20°$ и $\angle BDC = 80°$.



А) 90º; **Б)** 100º; **В)** 110º; **Г)** 120º; **Д)** 135º.

30. Генри регулярно совершает поездки на велосипеде из пункта А в пункт Б, всегда с одной и той же постоянной скоростью. Однажды Генри захотел приехать в Б раньше, чем обычно, и подсчитал, что если он будет двигаться со скоростью на 5 км/ч большей, чем обычно, то приедет на 5 часов раньше, чем обычно, а если он будет двигаться со скоростью на 10 км/ч большей − на 8 часов раньше. Какова обычная скорость Генри ?

А) 10 км/ч; **Б)** 15 км/ч; **В)** 20 км/ч; **Г)** 25 км/ч; **Д)** невозможно определить

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Государственным учреждением образования «Академия последипломного образования» при поддержке Министерства образования и содействии АСБ «Беларусбанк».

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, комн. 341, РЗШ при АПО (“Кенгуру”).
Тел. /факс (017) 232-80-31, 239-91-72. E-mail: kenguru_belarus@mail.ru.
Интернет: http://bak.academy.edu.by.

Международный математический конкурс
“КЕНГУРУ-2005”

Четверг, 17 марта 2005 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые эта задача оценена
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса;

Задание для учащихся 11 класса

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

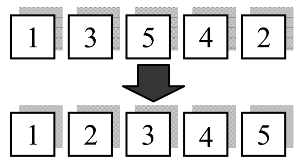
1. При каком из следующих значений переменной x значение выражения $x^2 : x^3$ является наименьшим?

А) 2; **Б)** 1; **В)** −1; **Г)** −2; **Д)** −3.

2. Сколько чисел от 2 до 100 являются кубами натуральных чисел?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

3. Пять пронумерованных карточек расположены в ряд, как показано в верхней части рисунка. За один ход разрешается поменять местами любые две карточки. За какое наименьшее число ходов можно расположить все карточки в порядке возрастания их номеров (как показано в нижней части рисунка)?

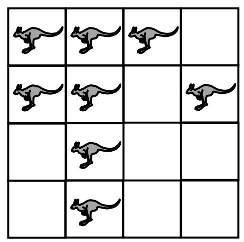


А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5;

4. Если $888 \cdot 111 = 2\cdot(2\cdot n)^2$, то натуральное число n равно …

А) 8; **Б)** 11; **В)** 22; **Г)** 111; **Д)** 444.

5. В клетках таблицы находятся 8 кенгуру (см. рис.). Какое наименьшее число кенгуру должно перепрыгнуть в другие клетки, так, чтобы в каждой строчке и в каждом столбце таблицы оказалось ровно по 2 кенгуру?

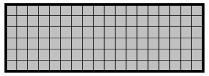


А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

6. Сумма четырех последовательных натуральных чисел не может быть равна

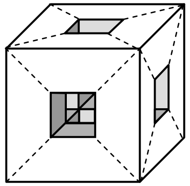
А) 210; **Б)** 22; **В)** 202; **Г)** 222; **Д)** 220.

7. Если длина прямоугольника в 3 раза больше ширины, то его нельзя разрезать на



А) 10 квадратов; **Б)** 8 квадратов; **В)** 6 квадратов;
Г) 5 квадратов; **Д)** 3 квадрата.

8. Куб размером $3 \times 3 \times 3$ весил 810 г. В нем вырезали три отверстия в виде параллелепипеда размером $1 \times 1 \times 3$, как показано на рисунке. Сколько стало весить полученное тело?

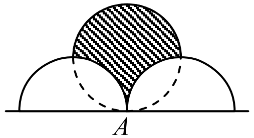


А) 540 г; **Б)** 570 г; **В)** 600 г; **Г)** 630 г; **Д)** 670 г.

9. Если функция $f(x)$ такова, что для любых значений переменной x $f(x+1) = 2f(x) - 2002$ и $f(2005) = 2008$, то $f(2004) =$

А) 2004; **Б)** 2005; **В)** 2008; **Г)** 2010; **Д)** 2016.

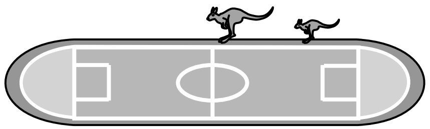
10. Две полуокружности с диаметрами, расположенными на одной прямой и равными 4 см, касаются друг друга в точке A. Окружность такого же диаметра касается этой прямой в точке A, как показано на рисунке. Найдите площадь заштрихованной фигуры



А) 8; **Б)** 7; **В)** 2π; **Г)** $2\pi+1$; **Д)** $2\pi+2$.

<u>Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла</u>

11. Кенгуренок Джампи и его мама прыгают по дорожке длиной 330 м вокруг стадиона. Оба они делают по одному прыжку в секунду. Но в то время, как прыжок Джампи равен 2 м, прыжок его мамы составляет 5 м. Джампи и мама стартовали из одной точки в одном и том же направлении. Через 25 мин Джампи устал и остановился. Через сколько секунд его мама, продолжившая движение без остановки, поравняется с Джампи?

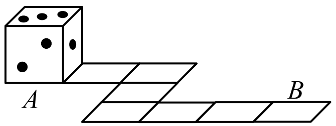


А) 15 с; **Б)** 24 с; **В)** 51 с; **Г)** 66 с; **Д)** 76 с.

12. Гена красит каждую грань кубиков в черный или белый цвет, используя для окраски каждого кубика оба цвета. Сколько кубиков с различными окрасками он может получить? (*Два кубика считаются окрашенными одинаково, если их можно совместить так, чтобы совпавшие грани были окрашены одинаково.*)

А) 8; **Б)** 16; **В)** 32; **Г)** 52; **Д)** 64.

13. Грани кубика пронумерованы с помощью точек (см. рис.) так, что сумма номеров на противоположных гранях равна 7. Кубик перекатили из позиции A в позицию B. В позиции A верхней была грань 3. Какая грань будет верхней в позиции B?

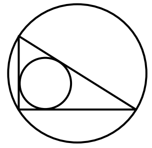


А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

14. В коробке лежат красные, синие и белые карточки, всего 60 штук. Если все красные карточки заменить синими, то синих карточек станет в два раза больше, чем белых. А если все белые карточки заменить синими, то синих карточек станет в три раза больше, чем красных. Сколько синих карточек находится в коробке?

А) 10; **Б)** 15; **В)** 20; **Г)** 25; **Д)** 30.

15. Пусть a и b − длины двух меньших сторон прямоугольного треугольника, а d и D − диаметры его соответственно вписанной и описанной окружностей. Тогда сумма $d + D$ равна

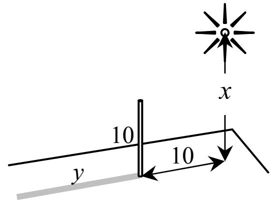


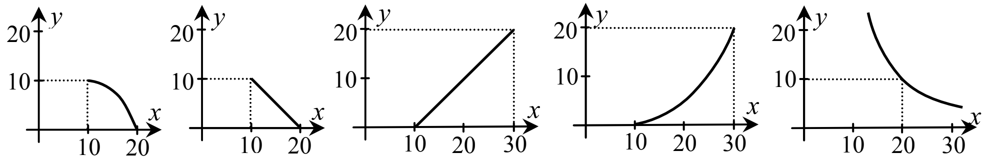
А) $a+b$; **Б)** $2(a+b)$; **В)** $0{,}5(a+b)$; **Г)** $\sqrt{ab}$; **Д)** $\sqrt{a^2+b^2}$.

16. Множеством решений неравенства $2^{4^x} < 4^{2^x}$ является

А) $(-\infty; 1)$; **Б)** $(0; 1)$; **В)** $(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$; **Г)** $(0; \infty)$; **Д)** $(-\infty; \infty)$.

17. Электрическая лампочка начинает двигаться вертикально из точки на высоте 10 см над столом (см рис.). Карандаш длиной 10 см стоит вертикально на столе на расстоянии 10 см от точки, над которой находится лампочка. Какой из следующих графиков является графиком зависимости y – длины тени, отбрасываемой карандашом, от x – высоты лампочки над столом?



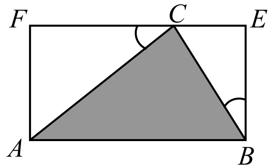


А) Б) В) Г) Д)

18. Две одинаковые бутылки были наполнены до краев фруктовым напитком. Отношение объема воды к объему сока в первой бутылке было равно $2:1$, а во второй − $4:1$. Все содержимое бутылок вылили в кувшин. Найдите отношение объема воды к объему сока в кувшине.

А) $3:1$; **Б)** $6:1$; **В)** $11:4$; **Г)** $5:2$; **Д)** $9:2$.

19. На стороне EF прямоугольника $ABEF$ выбрана точка C, так, что $\angle ACF = \angle CBE$. Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что $FC = 6$ и $CE = 2$.



А) 12; **Б)** 16; **В)** $8\sqrt{2}$; **Г)** $8\sqrt{3}$; **Д)** другой ответ.

20. Каждый день Чарли говорит либо только правду, либо только ложь. Сегодня он сделал ровно четыре из следующих пяти заявлений. Какое из этих пяти заявлений он не мог сделать сегодня?

А) «У меня простое число друзей.»	**Б)** «Среди моих друзей девушек столько же, сколько юношей.»	**В)** «Число 288 делится на 12.»	**Г)** «Я всегда говорю правду.»	**Д)** «Трое из моих друзей старше меня.»

<u>Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов</u>

21. Какое из следующих чисел может быть представлено в виде произведения четырех различных натуральных чисел, больших 1?

А) 625; **Б)** 124; **В)** 108; **Г)** 2187; **Д)** 2025.

22. Если сумма цифр числа m равна 30, то сумма цифр числа $m+3$ не может быть равна

А) 6; **Б)** 15; **В)** 21; **Г)** 24; **Д)** 33.