

«ИНФОМЫШКА-2021»

Задание для учащихся 5–6 классов

29. Найдите пять последних цифр числа $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21$ в порядке их следования.

- А) 12470. Б) 60000. В) 20000. Г) 82000. Д) 40000.

Решение:

Так как при умножении числа на 1 получается это же число, то множитель 1 можно отбросить.

Если натуральное число умножить на 10, 100, 1 000, ..., то результат будет оканчиваться на 0, 00, 000, Выясним, сколькими нулями оканчивается число x . Так как $10 = 5 \cdot 2$, то выделим все множители, которые делятся на 5 без остатка и представим их в виде произведения двух множителей, один из которых равен 5.

$$\begin{aligned}x &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \mathbf{5} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \mathbf{10} \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot \mathbf{15} \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot \mathbf{20} \cdot 21 = \\&= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \mathbf{5} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{5} \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot \mathbf{4} \cdot \mathbf{5} \cdot 21 = \\&= \underline{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot \mathbf{5} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot \underline{3} \cdot \mathbf{5} \cdot \mathbf{4} \cdot \mathbf{5} = \\&= \underline{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot (\mathbf{5} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot \underline{2} \cdot \mathbf{5} \cdot \mathbf{4} \cdot \mathbf{5}) = \\&= \underline{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot (\mathbf{10} \cdot \mathbf{10} \cdot \mathbf{10} \cdot \mathbf{10}) = \\&= \underline{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 \cdot \mathbf{10\ 000}.\end{aligned}$$

Теперь легко сделать вывод, что число x оканчивается четырьмя нулями. Осталось определить цифру, которая стоит перед этими нулями. Для этого вспомним умножение «в столбик». Например,

$$\begin{array}{r} \times \quad 63 \\ \quad 47 \\ \hline + \quad 441 \\ \quad 252 \\ \hline \quad 2961 \end{array}$$

Последней цифрой результата 2961 является 1. Она получилась, когда перемножали последние цифры 3 и 7 чисел 63 и 47.

$$\begin{array}{r} \times \quad \dots 3 \\ \quad \dots 7 \\ \hline + \quad \dots 1 \\ \quad \dots \\ \hline \quad \dots 1 \end{array}$$

Нетрудно догадаться, что последняя цифра произведения двух натуральных чисел совпадает с последней цифрой числа, полученного при умножении последних цифр этих чисел.

Теперь найдём последнюю цифру произведения

$$3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 21 .$$

Итак,

$$3 \cdot 3 = 9;$$

$$9 \cdot 4 = \dots 6;$$

$$\dots 6 \cdot 6 = \dots 6;$$

$$\dots 6 \cdot 7 = \dots 2;$$

$$\dots 2 \cdot 8 = \dots 6;$$

$$\dots 6 \cdot 9 = \dots 4;$$

$$\dots 4 \cdot 11 = \dots 4;$$

$$\dots 4 \cdot 12 = \dots 8;$$

$$\dots 8 \cdot 13 = \dots 4;$$

$$\dots 4 \cdot 14 = \dots 6;$$

$$\dots 6 \cdot 16 = \dots 6;$$

$$\dots 6 \cdot 17 = \dots 2;$$

$$\dots 2 \cdot 18 = \dots 6;$$

$$\dots 6 \cdot 19 = \dots 4;$$

$$\dots 4 \cdot 21 = \dots 4.$$

Тогда $x = \dots 4 \cdot 10\,000 = \dots 40\,000$. Значит, последние пять цифр числа x в порядке их следования – это 40000.

Ответ: Д) 40000.