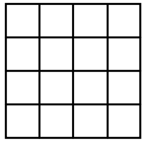
23. Боря хочет расставить фишки в клетки таблицы 4×4 так, чтобы количества фишек во всех строчках и столбцах таблицы были различными. В каждую клетку можно поставить несколько фишек или оставить ее пустой. Какое наименьшее число фишек для этого понадобится?



А) 14; **Б)** 15; **В)** 16; **Г)** 17; **Д)** 18.

24. Несколько апельсинов, персиков, яблок и груш лежат в ряд так, что для любого из этих видов фруктов найдется фрукт каждого из остальных трех видов, который лежит в этом ряду рядом. Какое наименьшее число фруктов может быть в таком ряду?

А) 4; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 11; **Д)** такого ряда не существует.

25. Найдите наименьшее натуральное число n такое, чтобы произведение $(2^2-1)\cdot(3^2-1)\cdot(4^2-1)\cdot\ldots\cdot(n^2-1)$ было точным квадратом.

А) 6; **Б)** 8; **В)** 16; **Г)** 27; **Д)** другой ответ.

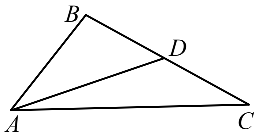
26. Все делители натурального числа N, кроме 1 и самого числа N, выписали в ряд. Оказалось, что наибольший из этих делителей в 45 раз больше наименьшего делителя. Сколько чисел N обладает таким свойством?

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** более 2; **Д)** невозможно определить.

27. Кенгуру Джампи находится в начале прямоугольной системы координат на плоскости. За один прыжок кенгуру может переместиться по вертикали или по горизонтали на расстояние 1. Сколько существует различных точек на плоскости, в которых кенгуру может оказаться после 10 таких прыжков?

А) 121; **Б)** 100; **В)** 400; **Г)** 441; **Д)** другой ответ.

28. В треугольнике ABC угол ACB равен 30°, точка D – середина стороны BC, угол ADB равен 45°. Найдите угол BAD.



А) 45°; **Б)** 30°; **В)** 25°; **Г)** 20°; **Д)** 15°.

29. На доске записаны числа 1, 2, 3, …, 16. Какое наименьшее количество из них нужно стереть, чтобы сумма никаких двух различных из оставшихся чисел не была точным квадратом?

А) 10; **Б)** 9; **В)** 8; **Г)** 7; **Д)** 6.

30. Простое число будем называть *странным*, если оно либо однозначное, либо имеет 2 или более цифр, но при этом оба числа, которые получаются из данного числа стиранием первой или последней цифры, являются странными. Сколько всего существует странных чисел? (*Напоминаем, что число* 1 *не является простым.*)

А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 9; **Д)** 11.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Академией последипломного образования при поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, РЗШ АПО
тел. (017) 292 80 31, 292 34 01; e-mail: info@bakonkurs.org
http://www.bakonkurs.org/

ОО «Белорусская ассоциация «Конкурс». Заказ 21. Тираж 19400 экз. Минск. 2009

Международный математический конкурс «КЕНГУРУ-2009»

Четверг, 19 марта 2009 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые эта задача оценена;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

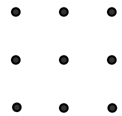
Задание для учащихся 9 классов

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. Какое из следующих чисел делится на 3?

А) 2009; **Б)** 2 + 0 + 0 + 9; **В)** (2 + 0) · (0 + 9); **Г)** 2^9; **Д)** 200 – 9.

2. Какое наименьшее количество точек на следующем рисунке нужно стереть так, чтобы никакие три из оставшихся точек не лежали на одной прямой?



А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 7.

3. В массовом забеге участвовало 2009 спортсменов. Женя опередил в 3 раза больше участников, чем опередили его. Какое место занял Женя?

А) 503; **Б)** 501; **В)** 500; **Г)** 1503; **Д)** 1507.

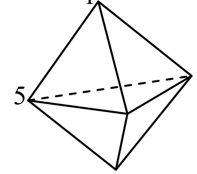
4. Чему равно $\frac{1}{2}$ от $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{4}$ от $\frac{4}{5}$ от $\frac{5}{6}$ от $\frac{6}{7}$ от $\frac{7}{8}$ от $\frac{8}{9}$ от $\frac{9}{10}$ от 1000?

А) 250; **Б)** 200; **В)** 100; **Г)** 50; **Д)** другой ответ.

5. Число 2009 записали в ряд 2009 раз без пробелов. Найдите в полученном многозначном числе сумму всех нечетных цифр, после которых идет четная цифра.

А) 2; **Б)** 90; **В)** 4018; **Г)** 18072; **Д)** 18081.

6. Гексаэдр имеет 6 треугольных граней (см. рис.). В каждой из его пяти вершин записано число. Для каждой грани подсчитали сумму трех чисел, записанных в ее вершинах. Все суммы оказались равными. Найдите сумму всех пяти записанных чисел, если два из них равны 1 и 5.

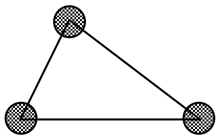


А) 9; **Б)** 12; **В)** 17; **Г)** 18; **Д)** 24.

7. Сколько существует натуральных чисел, в десятичной записи квадрата и куба которых содержится одинаковое количество цифр?

А) 0; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 9; **Д)** бесконечно много.

8. Площадь треугольника на рисунке равна 80 см^2, а радиусы непересекающихся кругов с центрами в его вершинах равны 2 см. Найдите (в см^2) площадь той части треугольника, которая не покрыта этими кругами.

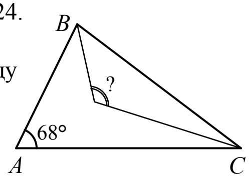


А) 76; **Б)** $80 - 2\pi$; **В)** $40 - 4\pi$; **Г)** $80 - \pi$; **Д)** 78π.

9. Леня записал последовательность чисел, в которой каждое число, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих чисел. Четвертое число в этой последовательности равно 6, а шестое равно 15. Найдите седьмое число этой последовательности.

А) 9; **Б)** 16; **В)** 21; **Г)** 22; **Д)** 24.

10. В треугольнике ABC угол A равен 68°. Найдите угол между биссектрисами углов B и C.



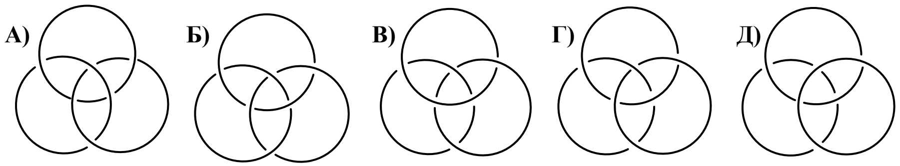
А) 120°; **Б)** 124°; **В)** 128°; **Г)** 132°; **Д)** 136°.

<u>Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла</u>

11. Тест состоит из четырех вопросов, ответ на каждый из которых оценивается в 0, 1, 2, 3, 4 или 5 баллов. Маша ответила на все вопросы теста и получила в среднем 4 балла за ответ на вопрос. Какое из следующих утверждений не может быть верным?

А) по каждому из вопросов Маша получила 4; **Б)** Маша получила 3 балла ровно два раза;
В) Маша получила 3 балла ровно три раза; **Г)** Маша получила 1 балл ровно один раз;
Д) Маша получила 4 балла ровно два раза.

12. Магические кольца обладают интересным свойством: все три не могут быть отсоединены друг от друга без разрыва, но какое бы из них, разрезав, ни убрать, оставшиеся два будут рассоединены. На каком из следующих рисунков изображены магические кольца?



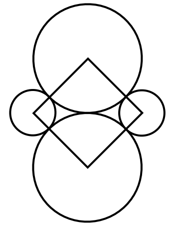
13. 25 знакомых между собой людей, лжецов и правдивых, стоят в очереди друг за другом. Каждый, кроме первого, сказал, что перед ним стоит лжец. А первый в очереди сказал, что все, кто стоит позади него, – лжецы. Сколько лжецов в очереди?

А) 0; **Б)** 12; **В)** 13; **Г)** 24; **Д)** невозможно определить.

14. Если $a \circ b = ab + a + b$ и $3 \circ 5 = 2 \circ x$, то $x =$

А) 3; **Б)** 6; **В)** 7; **Г)** 10; **Д)** 12.

15. Две равные окружности, центры которых находятся в противоположных вершинах квадрата, касаются друг друга. Две меньшие окружности, с центрами в двух других вершинах данного квадрата, касаются больших окружностей (см. рис.). Во сколько раз радиус больших окружностей больше радиуса меньших окружностей?



А) 4,5; **Б)** $\sqrt{5}$; **В)** $1+\sqrt{2}$; **Г)** 2,5; **Д)** $0{,}8\pi$.

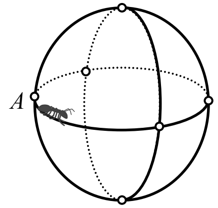
16. Сколько существует натуральных чисел n, таких, что число $\sqrt{n}$ отличается от числа 10 меньше, чем на 1?

А) 19; **Б)** 20; **В)** 39; **Г)** 40; **Д)** 41.

17. Незнайка записал в ряд несколько различных натуральных чисел, не превосходящих 10. Знайка, рассмотрев этот ряд чисел, заметил, что из любых двух соседних чисел одно из них делится на другое. Какое наибольшее количество чисел могло быть записано в таком ряду?

А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 9; **Д)** 10.

18. На поверхности стеклянного шара нарисованы 3 окружности, расположенные в трех попарно перпендикулярных плоскостях (см. рис.). Точки пересечения этих окружностей будем называть их вершинами, а дуги окружностей между двумя соседними вершинами – ребрами. Муравей ползет по ребрам данной конструкции, начав с вершины A. Достигнув очередной вершины, муравей поворачивает налево или направо, каждый раз меняя эти направления. Сколько ребер проползет муравей, прежде чем снова окажется в вершине A?



А) 6; **Б)** 9; **В)** 12; **Г)** 15; **Д)** 18.

19. Сколько нулей нужно вписать в десятичную дробь $1,{*}1$ вместо $*$, чтобы получить число меньшее $\frac{2009}{2008}$, но большее $\frac{20009}{20008}$?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

20. Если $a = 2^{25}$, $b = 8^8$ и $c = 3^{11}$, то

А) $a < b < c$; **Б)** $b < a < c$; **В)** $c < b < a$; **Г)** $c < a < b$; **Д)** $b < c < a$.

<u>Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов</u>

21. Сколько существует 10-значных чисел, в десятичной записи которых нет цифр, отличных от 1, 2 и 3, и у которых любые две соседние цифры отличаются на 1?

А) 16; **Б)** 32; **В)** 64; **Г)** 80; **Д)** 100.

22. У кенгуренка есть 2009 кубиков $1 \times 1 \times 1$, из которых он сложил параллелепипед, использовав все кубики. У него также есть 2009 наклеек 1×1, которых ему хватило, чтобы оклеить всю поверхность параллелепипеда, при этом часть наклеек у него осталась. Сколько наклеек осталось у кенгуренка?

А) более 1000; **Б)** 763; **В)** 476; **Г)** 49; **Д)** наклеек не хватит.