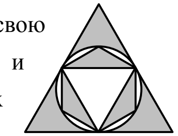
23. В равносторонний треугольник площади S_1 вписана окружность. В свою очередь, в окружность вписан равносторонний треугольник площади S_2 и правильный шестиугольник площади S_3 (см. рис.). Какое из следующих равенств является верным?



А) $S_3^2 = S_1 \cdot S_2$; **Б)** $2S_3 = S_1 + S_2$; **В)** $S_1 = S_2 + S_3$; **Г)** $S_1^2 = S_2^2 + S_3^2$; **Д)** $S_1 = 2S_2 + S_3$.

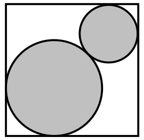
24. Пусть n – наименьшее натуральное число, обладающее следующими свойствами: $10n$ является точным квадратом натурального числа, а $6n$ – точным кубом. Сколько натуральных делителей имеет число n?

А) 30; **Б)** 40; **В)** 54; **Г)** 72; **Д)** 96.

25. В сейфе лежит несколько шкатулок; во всех шкатулках – одинаковое (не менее 2) число бриллиантов. Число бриллиантов в шкатулке и число шкатулок таковы, что по числу всех бриллиантов в сейфе можно однозначно определить число шкатулок, в которых они лежат. Найдите число шкатулок, если бриллиантов в сейфе более 200, но менее 300.

А) 16; **Б)** 17; **В)** 19; **Г)** 25; **Д)** другой ответ.

26. В квадрат со стороной 1 см вписаны два круга, которые касаются друг друга и сторон квадрата так, как показано на рис. Найдите сумму радиусов этих кругов.



А) 0,5 см; **Б)** $0{,}5 \cdot \sqrt{2}$ см; **В)** $\sqrt{2} - 1$ см; **Г)** $2 - \sqrt{2}$ см;
Д) это зависит от соотношения размеров кругов.

27. В коробке лежат карточки четырех цветов: красные, зеленые, желтые и синие. Карточек каждого цвета – ровно по три, и они пронумерованы числами 1, 2 и 3. Вы вытаскиваете случайным образом три карточки. Какое из следующих событий наиболее вероятно?

А) все три карточки – одного цвета; **Б)** все три карточки имеют разные номера;
В) все три карточки – разного цвета; **Г)** все три карточки имеют один и тот же номер;
Д) все предыдущие события одинаково вероятны.

28. На вечеринке 5 друзей собрались вручить друг другу подарки так, что каждый из них вручит ровно 1 подарок и получит ровно 1 подарок (разумеется, никто не должен получить свой собственный подарок). Сколько всего существует способов это сделать?

А) 5; **Б)** 10; **В)** 44; **Г)** 50; **Д)** 120.

29. Уравнение $x^2 - 3x + 1 = 0$ имеет корни a и b. Найдите значение выражения $a^3 + b^3$.

А) 12; **Б)** 14; **В)** 16; **Г)** 18; **Д)** 24.

30. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) точка M – середина стороны AB. Если $AD = a$, $DC = c$, $\angle DMC = 90°$, то $BC =$

А) $c - a$; **Б)** $\frac{1}{2}(c - a)$; **В)** $2c - a$; **Г)** $a - c$; **Д)** $\frac{1}{2}(c + a)$.

Конкурс организован и проводится Общественным объединением «Белорусская ассоциация «Конкурс» совместно с Академией последипломного образования при поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, РЗШ АПО
тел. (017) 292 80 31, 292 34 01; e-mail: info@bakonkurs.org
http://www.bakonkurs.org/

ОО «Белорусская ассоциация «Конкурс». Заказ 20. Тираж 23300 экз. Минск. 2007 г.

Международный математический конкурс «КЕНГУРУ-2007»

Четверг, 15 марта 2007 г.

- продолжительность непосредственной работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькулятором запрещается;
- в каждой задаче среди приведенных ответов только один правильный;
- по правилам конкурса на старте каждый участник получает 30 баллов;
- за правильный ответ на задачу к баллам участника прибавляются баллы, в которые оценена эта задача;
- за неправильный ответ на задачу из баллов участника вычитается четверть баллов, в которые эта задача оценена;
- за задачу, оставшуюся без ответа, баллы не прибавляются и не вычитаются;
- максимальное количество баллов, которые может получить участник конкурса, — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остается у участника;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса

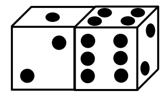
Задание для учащихся 9-10 классов

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. У Сани, Вани и Жени 30 мячей. Если Ваня даст 5 мячей Жене, Женя – 4 мяча Сане, а Саня – 2 мяча Ване, то у всех мальчиков станет мячей поровну. Сколько мячей у Сани?

А) 8; **Б)** 9; **В)** 11; **Г)** 13; **Д)** 15.

2. Сколько всего точек находится на невидимых гранях кубиков.



А) 15; **Б)** 12; **В)** 7; **Г)** 27; **Д)** другой ответ.

3. Объявляя результаты лотереи, ведущий заявил, что выиграли те билеты, номера которых состоят не менее чем из 5 цифр, среди которых не более трех цифр являются большими 2. У Васи были билеты с номерами 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. Сколько из них выиграло?

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4; **Д)** 5.

4. В треугольнике ABC точки D и F являются серединами сторон AB и BC соответственно, а E – серединой отрезка DB. Найдите площадь треугольника AEF, если площадь треугольника ABC равна 96 см^2.

А) 16 см^2; **Б)** 24 см^2; **В)** 32 см^2; **Г)** 36 см^2; **Д)** 48 см^2.

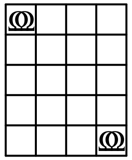
5. Лида разложила все свои 2007 шариков поровну в три коробки: А, В и С. Если Лида переложит $2/3$ шариков из коробки А в коробку С, то соотношение количества шариков в коробках А и С будет равно

А) $1:2$; **Б)** $1:3$; **В)** $2:3$; **Г)** $1:5$; **Д)** $2:5$.

6. В международной организации 32 человека. Сколько человек будет в этой организации через 3 года, если каждый год их количество будет возрастать на 50% по сравнению с предыдущим годом?

А) 182; **Б)** 128; **В)** 108; **Г)** 96; **Д)** 80.

7. Сколько всего существует кратчайших путей, по которым шахматный король из левой верхней клетки доски 5×4 может попасть в нижнюю правую клетку? За один ход король из данной клетки может перейти в любую соседнюю (по стороне или по вершине) клетку.



А) 1; **Б)** 4; **В)** 7; **Г)** 20; **Д)** 35.

8. В клетки таблицы 4×4 нужно вписать числа 0 или 1 так, чтобы в каждой строчке и в каждом столбце было по две 1 и по два 0. Четыре числа уже вписаны так, как показано на рис. Какие числа должны быть вписаны в клетки x и y соответственно?

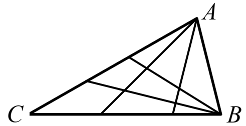
1		1	
		1	
	x		0
	y		

А) 1, 1; **Б)** 1, 0; **В)** 0, 1; **Г)** 0, 0; **Д)** правильно заполнить таблицу невозможно.

9. Найдите наименьшее возможное значение выражения $2007 - KAN - GA - ROO$. (Здесь равные цифры заменены одинаковыми буквами, различные цифры – разными буквами).

А) 100; **Б)** 110; **В)** 112; **Г)** 119; **Д)** 129.

10. Если в треугольнике ABC из вершин A и B провести по 2 отрезка к противоположным сторонам (см. рис.), то треугольник будет разбит на 9 частей. На сколько частей разобьется треугольник, если из вершин A и B провести по 4 таких отрезка?



А) на 16; **Б)** 25; **В)** 36; **Г)** 42; **Д)** 49.

Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла

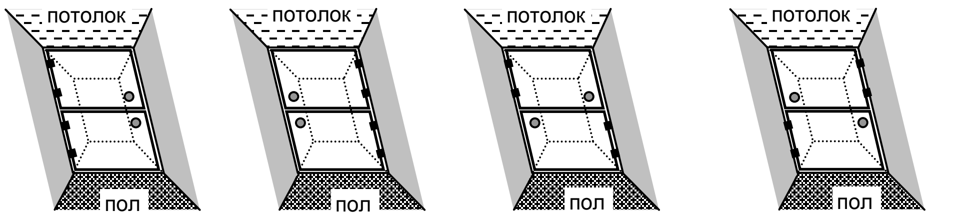
11. На острове живут лжецы, которые всегда лгут, и правдивые, которые всегда говорят правду. Однажды собрались 12 островитян и сделали следующие заявления. Двое сказали: «Ровно двое из собравшихся – лжецы.» Четверо других сказали: «Ровно четверо из собравшихся – лжецы.» Остальные шестеро сказали: «Ровно шестеро из собравшихся – лжецы.» Сколько на самом деле лжецов среди этих 12 островитян, если известно, что не все они лжецы?

А) 2; **Б)** 4; **В)** 6; **Г)** 8; **Д)** 10.

12. Чтобы получить 8^8 нужно 4^4 возвести в степень

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 6; **Д)** 8.

13. Коридор в здании перекосился так, что правая стена составляет с потолком тупой угол и его поперечным сечением (везде одинаковым) является не прямоугольник, а параллелограмм. Посередине коридора необходимо установить стеклянную дверь, состоящую из двух половин (верхней и нижней). С какой стороны следует установить завесы на этих половинах, чтобы каждую из них можно было открыть?

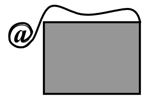


А) на обеих слева; **Б)** на обеих справа; **В)** на верхней – слева, на нижней – справа; **Г)** на верхней – справа, на нижней – слева;
Д) в любом случае обе половины двери не смогут открываться.

14. Школьники одного класса решали интересную задачу из конкурса «Кенгуру». В результате число мальчиков, которые решили эту задачу, совпало с числом девочек, которые ее не решили. Кого в классе больше: девочек или всех тех, кто решил эту задачу?

А) девочек; **Б)** тех, кто решил задачу; **В)** и тех и других поровну; **Г)** невозможно определить; **Д)** описанная в условии ситуация невозможна.

15. К углу дачного домика 4 м × 6 м привязана собака на цепи длиной 10 м. Найдите периметр фигуры, внутри которой может находиться собака.



А) $20\pi + 20$ м; **Б)** $22\pi + 20$ м; **В)** $40\pi + 20$ м; **Г)** $88\pi + 20$ м; **Д)** $100\pi + 20$ м.

16. Сейчас 21.00 и я еду на автомобиле со скоростью 100 км/ч. При движении с такой скоростью мне хватит бензина на 80 км пути. Расход топлива на 1 км прямо пропорционален скорости движения. Я хочу как можно быстрее доехать до автозаправочной станции, которая находится на расстоянии 100 км (разумеется, для этого должно хватить имеющегося бензина). В какое время мне удастся это сделать?

А) в 22.12; **Б)** в 22.15; **В)** в 22.20; **Г)** в 22.25; **Д)** в 22.30.

17. В равностороннем треугольнике отрезали угол при вершине так, что получилась трапеция. Из двух таких (одинаковых) трапеций, приложив их боковыми сторонами друг к другу, получили параллелограмм. Периметр параллелограмма оказался на 10 см больше периметра исходного треугольника. Найдите периметр этого треугольника.

А) 10 см; **Б)** 30 см; **В)** 40 см; **Г)** 60 см; **Д)** не хватает данных.

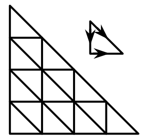
18. Последовательность букв KANGAROOKANGAROO…KANGAROO состоит из 20 слов KANGAROO. Сначала в этой последовательности стерли все буквы, стоящие на нечетных местах. Затем в полученной последовательности снова стерли все буквы на нечетных местах и т.д., пока не осталась ровно одна буква. Какая это буква?

А) K; **Б)** A; **В)** N; **Г)** G; **Д)** O.

19. Две школы соревнуются между собой по настольному теннису. В команду каждой школы входит по 5 спортсменов. Все матчи проводятся между парами так, чтобы каждая пара спортсменов из одной школы сыграла с каждой парой из другой школы. Сколько игр придется сыграть каждому спортсмену?

А) 10; **Б)** 20; **В)** 30; **Г)** 40; **Д)** 50.

20. Сколько существует различных путей из верхней точки гипотенузы в ее нижнюю точку, если можно передвигаться только по линиям сетки на рис., причем, только вниз, вправо или вниз-вправо (параллельно гипотенузе)?

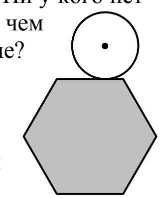


А) 16; **Б)** 27; **В)** 64; **Г)** 90; **Д)** 111.

Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов

21. В деревне ни у каких двух жителей нет одинакового числа волос на голове. Ни у кого нет ровно 2007 волос. У Жени наибольшее число волос. Число жителей больше, чем число волос у Жени. Какое наибольшее возможное число жителей в этой деревне?

А) 0; **Б)** 2006; **В)** 2007; **Г)** 2008; **Д)** 2010.



22. Вокруг правильного шестиугольника со стороной 1 см катится (касаясь его сторон) монета диаметром 1 см. Найдите длину линии, которую при этом описывает центр монеты.

А) $6 + 0{,}5\pi$ см; **Б)** $6 + \pi$ см; **В)** $12 + \pi$ см; **Г)** $6 + 2\pi$ см; **Д)** $12 + 2\pi$ см.