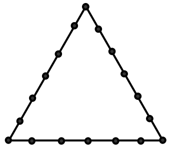
24. Сторона правильного треугольника ABC равна 4. Если дуга окружности с центром в точке A разбивает этот треугольник на две равновеликие части, то радиус этой окружности равен

А) $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$; **Б)** $\sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{\pi}}$; **В)** $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$; **Г)** $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$; **Д)** $\sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{\pi}}$.

25. Игра начинается с последовательности, состоящей из 200 нулей. Первым ходом мы добавляем 1 к каждому имеющемуся числу, вторым ходом добавляем 1 к каждому второму числу, третьим ходом добавляем 1 к каждому третьему числу и т. д. Каким будет сто двадцатое число после 200 таких ходов ?

А) 16; **Б)** 12; **В)** 20; **Г)** 24; **Д)** 32.

26. На каждой стороне правильного треугольника отмечено по 5 точек (см. рис.). Сколько различных треугольников с вершинами в этих 18 точках (15 отмеченных точек + 3 вершины данного треугольника) можно нарисовать ?



А) 816; **Б)** 711; **В)** 777; **Г)** 717; **Д)** 811.

27. Сумма всех трехзначных чисел, образованных с помощью всевозможных перестановок трех различных ненулевых цифр $a < b < c$, равна 1554. Тогда цифра c равна

А) 3; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** 6; **Д)** 7.

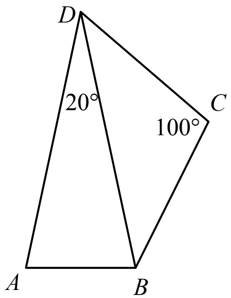
28. Число $m = 999...9$ состоит из 999 девяток. Тогда сумма цифр числа m^2 равна

А) 8982; **Б)** 8991; **В)** 9000; **Г)** 9009; **Д)** 9018.

29. Значение $\sin^8 75° - \cos^8 75°$ равно

А) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **Б)** $\sqrt{3}$; **В)** $\frac{7\sqrt{3}}{16}$; **Г)** 1; **Д)** 0.

30. Площадь выпуклого четырехугольника $ABCD$ равна 1. Отрезки AB и BD являются основаниями равнобедренных треугольников ABC и BCD соответственно (углы при вершинах этих треугольников указаны на рисунке). Тогда произведение $AC \cdot BD$ равно



А) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; **Б)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; **В)** $\sqrt{3}$; **Г)** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$; **Д)** другой ответ.

Конкурс организован и проводится Учреждением образования «Академия последипломного образования» и Общественным объединением «Белорусская Ассоциация «Конкурс» при содействии АСБ «Беларусбанк».

220013, г. Минск, ул. Дорошевича, 3, комн. 341, РЗШ при АПО (“Кенгуру”).
Тел. /факс (017) 232-80-31, 239-91-72,. E-mail: kenguru_belarus@mail.ru.
Интернет: http://bak.academy.edu.by.

Международный математический конкурс
“КЕНГУРУ-2004”

Четверг, 18 марта 2004 г.

- продолжительность работы над заданием 1 час 15 минут;
- пользоваться калькуляторами запрещается;
- неправильный ответ оценивается четвертью баллов, предусмотренных за данный вопрос, и засчитывается со знаком “минус”, в то время, как не дав ответа, участник сохраняет уже набранные баллы;
- на каждый вопрос имеется только один правильный ответ;
- самостоятельная и честная работа над заданием — главное требование организаторов к участникам конкурса;
- на старте участник получает авансом 30 баллов;
- максимальное количество баллов, которое может получить участник конкурса — 150;
- после окончания конкурса листок с заданием остаётся у участника.

Задание для учащихся 11 класса.

<u>Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла</u>

1. В одном магазине Вася потратил t руб, купив ручки по m руб за штуку, а во втором – также t руб, купив ручки по n руб за штуку. Тогда средняя цена (в руб) за одну купленную им ручку равна

А) 1; **Б)** $\frac{m+n}{2}$; **В)** $\frac{2mn}{m+n}$; **Г)** mn; **Д)** $\frac{m^2n^2}{2}$.

2. У пирамиды 17 граней. Сколько ребер у этой пирамиды ?

А) 16; **Б) 17**; **В)** 18; **Г)** 32; **Д)** 34.

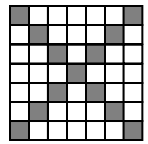
3. Наименьшее действительное число, удовлетворяющее неравенству $x^2 - 2004 \le 0$ – это

А) -2004; **Б)** 2004; **В)** 0; **Г)** $\sqrt{2004}$; **Д)** $-\sqrt{2004}$.

4. У каждого марсианина на голове 1, 2 или 3 антенны. Ровно у 1% марсиан на голове 3 антенны, ровно у 97% марсиан по 2 антенны, ровно у 2% – по 1 антенне. У скольких процентов марсиан антенн на голове больше, чем среднее число антенн на голове по всей марсианской популяции ?

А) 1%; **Б)** 3%; **В)** 97%; **Г)** 98%; **Д)** 99%.

5. Число s – нечетное. В квадрате со стороной s, разбитом на единичные клетки, диагональные клетки закрашены (так же, как в квадрате со стороной 7 на рисунке справа). Чему равна площадь незакрашенной части квадрата ?



А) $s^2 + 1 - 2s$; **Б)** $s^2 + 4 - 4s$; **В)** $2s^2 + 1 - 4s$; **Г)** $s^2 - 1 - 2s$; **Д)** $s^2 - 2s$.

6. Сколько двузначных чисел обладают тем свойством, что квадрат каждого такого числа заканчивается такой же цифрой, как куб этого же числа.

А) 1; **Б)** 9; **В)** 10; **Г)** 21; **Д)** более 30.

7. Квадрат состоит из 18 меньших квадратиков, у 17 из которых сторона равна 1. Тогда площадь всего квадрата равна

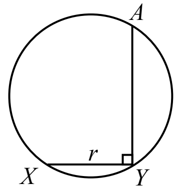
А) 25; **Б)** 49; **В)** 81; **Г)** 100; **Д)** 225.

8. Сколько всего прямоугольных треугольников можно получить, соединяя три вершины правильного 14-угольника ?

А) 72; **Б)** 82; **В)** 84; **Г)** 88; **Д)** другой ответ.

9. На пастбище было 15 овец и несколько чабанов. Когда половина чабанов и треть овец ушли, общее количество ног у всех оставшихся оказалось равно 50. Какое было общее количество ног у всех овец и чабанов в начале ?

А) 60; **Б)** 72; **В)** 80; **Г)** 90; **Д)** 100.



10. Если хорда XY некоторой окружности равна радиусу этой окружности и перпендикулярна хорде YA этой окружности, то угол $\angle AXY$ равен

А) 22,5°; **Б)** 30°; **В)** 45°; **Г)** 60°; **Д)** 75°.

Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла

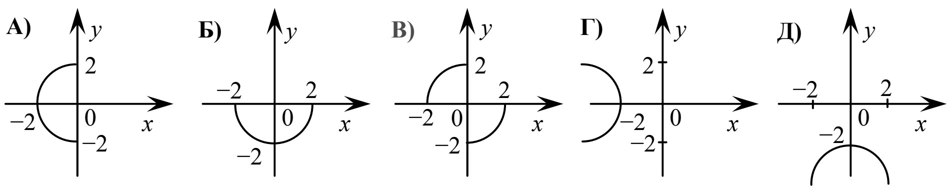
11. Сколько всего существует квадратов, одной из вершин которых является точка $A(-1;-1)$ и у которых хотя бы одна из координатных осей является осью симметрии ?

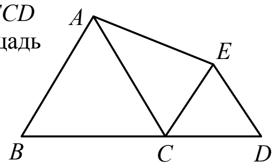
А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

12. В конверте имеется 100 карточек, пронумерованных натуральными числами от 1 до 100 (на каждой карточке записан ее номер) так что любые две карточки имеют разные номера. Какое наименьшее число карточек нужно случайным образом вынуть, чтобы произведение чисел на вынутых карточках заведомо делилось на 4 ?

А) 51; **Б)** 52; **В)** 54; **Г)** 55; **Д)** 56.

13. Множество точек $(x;y)$, координаты которых удовлетворяют условиям $xy \le 0$ и $x^2+y^2=4$, изображено на следующем графике.





14. Если стороны двух равносторонних треугольников ABC и ECD на рисунке имеют длины 2 и 1 соответственно, то площадь четырехугольника $ABCE$ равна

А) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$; **Б)** $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$; **В)** 3; **Г)** $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$; **Д)** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

15. Сколько существует натуральных чисел, которые можно представить в виде $a_0+a_1 3+a_2 3^2+a_3 3^3+a_4 3^4$, где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 принадлежат множеству $\{-1, 0, 1\}$?

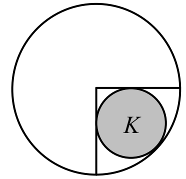
А) 5; **Б)** 80; **В)** 81; **Г)** 121; **Д)** 243.

16. Число $\left(\sqrt{22+12\sqrt{2}}-\sqrt{22-12\sqrt{2}}\right)^2$ является

А) отрицательным; **Б)** равным 0; **В)** четвертой степенью натурального числа; **Г)** равным $11\sqrt{2}$ дм; **Д)** натуральным, кратным 5.

17. Сколько вершин в правильном многоугольнике, если сумма всех его внутренних углов равна одной седьмой части суммы всех внутренних углов правильного 16-угольника ?

А) 3; **Б)** 4; **В)** 6; **Г)** 7; **Д)** 10.



18. Круг K вписан в четверть круга радиуса 6, как показано на рисунке. Каков радиус круга K ?

А) $\frac{6-\sqrt{2}}{2}$; **Б)** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$; **В)** 2,5; **Г)** 3; **Д)** $6(\sqrt{2}-1)$.

19. Для геометрической прогрессии $(b_n)_{n\ge 1}$ выполняются следующие неравенства: $b_3<b_2<b_4$. Тогда

А) $b_3\cdot b_4>0$; **Б)** $b_2\cdot b_3<0$; **В)** $b_2\cdot b_4<0$; **Г)** $b_2<0$; **Д)** $b_2\cdot b_3>0$.

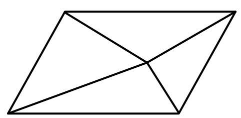
20. Вторая цифра справа в десятичной записи числа 11^{2004} равна

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 3; **Д)** 4.

Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов

21. Во время выборов в Цветочном городе оказалось, что каждый из избирателей, проголосовавших за Огуречную партию, ест огурцы. 90% остальных избирателей, голосовавших за другие партии, никогда не ели огурцов. Сколько процентов набрала Огуречная партия во время выборов, если известно, что ровно 46% избирателей, участвовавших в выборах, едят огурцы ?

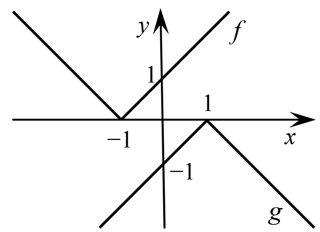
А) 40 %; **Б)** 41 %; **В)** 43 %; **Г)** 45 %; **Д)** 46 %.



22. Если параллелограмм разбит на четыре треугольника так, как показано на рисунке, то площади получившихся треугольников могут оказаться равными

А) 4, 5, 8, 9; **Б)** 5, 6, 7, 12; **В)** 10, 11, 12, 19; **Г)** 11, 13, 15, 16; **Д)** ни один из вариантов А) – Г) невозможен.

23. На рисунке изображены графики функций f и g, определенных на множестве действительных чисел. Какое из следующих равенств выполняется при всех действительных значения x ?



А) $f(x)=-g(x)+2$; **Б)** $f(x)=-g(x)-2$; **В)** $f(x)=-g(x+2)$; **Г)** $f(x+2)=-g(x)$; **Д)** $f(x+1)=-g(x-1)$.